

46
(1213)

למצוא את הפונקציה $y = f(x)$ המקיימת את משוואת הדיפרנציאל

$$y' = \frac{2x}{x^2} = \frac{2}{x}$$

(2) שיטת הפרדת משתנים: $(x, -\frac{1}{x^2})$: נקודה 2-ה

$$m = \frac{0 - (-\frac{1}{x^2})}{\frac{1}{2} - x} = \frac{\frac{1}{x^2}}{\frac{1}{2} - x}$$

$$\frac{2}{x^3} = \frac{\frac{1}{x^2}}{\frac{1}{2} - x} \Rightarrow 2(\frac{1}{2} - x) = \frac{x^3}{x^2} = x$$

נפילה בן המישורים:

$$x=1$$

נח המסקנה (1, -1) שיטת הפרדת משתנים

$$\int_1^{\frac{1}{2}} (-\frac{1}{x^2})^2 dx - \int_1^{\frac{1}{2}} (2x-3)^2 dx = \int_1^{\frac{1}{2}} \frac{1}{x^4} dx - \int_1^{\frac{1}{2}} (4x^2 - 12x + 9) dx = \left[-\frac{1}{3x^3} \right]_1^{\frac{1}{2}} - \left[\frac{4x^3}{3} - 6x^2 + 9x \right]_1^{\frac{1}{2}} = \frac{11}{10^2} \pi$$

47
(1213) $y' = \frac{1}{2\sqrt{x}} \rightarrow y(1) = \frac{1}{2}$

שיטת הפרדת משתנים: A

$$-\frac{1}{\frac{1}{2}} = -2$$

נפילה בן המישורים:

$$y-1 = -2(x-1) \rightarrow y = -2x+3$$

$$\int_0^1 (-2x+3)^2 dx - \int_0^1 (\sqrt{x})^2 dx = \int_0^1 (4x^2 - 12x + 9) dx - \int_0^1 x dx = \left[\frac{4x^3}{3} - 6x^2 + 9x \right]_0^1 - \left[\frac{x^2}{2} \right]_0^1 = \frac{5}{6} \pi$$

48
(1213)

$$y' = 2x+1$$

$$m = \frac{x^2+x+1}{x}$$

למצוא את הפונקציה $y = f(x)$ המקיימת את משוואת הדיפרנציאל
שיטת הפרדת משתנים: (1, 1) ונקודה 2-ה

$$x = \pm 1 \Leftrightarrow 2x+1 = \frac{x^2+x+1}{x}$$

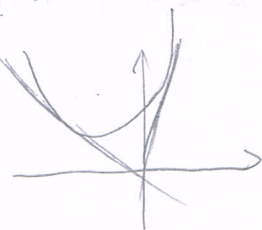
נפילה בן המישורים

$$y-3 = 3(x-1) \rightarrow y = 3x$$

$$y-1 = -1(x+1) \rightarrow y = -x$$

$$\int_{-1}^1 (x^2+x+1)^2 dx - \int_{-1}^0 (-x)^2 dx - \int_0^1 (3x)^2 dx = \int_{-1}^1 (x^4+x^2+1+2x^3+2x^2+2x) dx - \int_{-1}^0 x^2 dx - \int_0^1 9x^2 dx$$

$$= \left[\frac{x^5}{5} + \frac{x^3}{3} + x^2 + \frac{2x^4}{4} + \frac{2x^3}{3} + 2x \right]_{-1}^1 - \left[\frac{x^3}{3} \right]_{-1}^0 - \left[3x^3 \right]_0^1 = \frac{4}{5} \pi - \frac{1}{3} \pi - 3\pi = \frac{1}{15} \pi$$



49 (1213) $\frac{1}{2\sqrt{x-4}}$ $(x, \sqrt{x-4})$ $\frac{\sqrt{x-4}}{x} \leftarrow \frac{\sqrt{x-4}-0}{x-0}$ $\frac{1}{2\sqrt{x-4}} = \frac{\sqrt{x-4}}{x}$ $\boxed{x=8}$

50 (1213) $y-2 = \frac{1}{4}(x-8) \rightarrow \boxed{y = \frac{1}{4}x}$ $\pi \int_0^8 (\frac{1}{4}x)^2 dx - \pi \int_4^8 (\sqrt{x-4})^2 dx = \pi \frac{x^3}{48} \Big|_0^8 - \pi (\frac{x^2}{2} - 4x) \Big|_4^8 = 10\frac{2}{3}\pi - \pi(0 - (-8)) = 2\frac{2}{3}\pi$

51 (1213) $y' = \frac{4}{2\sqrt{x}} = \frac{2}{\sqrt{x}} \rightarrow y'(t) = \frac{2}{\sqrt{t}}$
 $y - 4\sqrt{t} = \frac{2}{\sqrt{t}}(x-t) \rightarrow y = \frac{2x}{\sqrt{t}} - \frac{2t}{\sqrt{t}} + 4\sqrt{t}$
 $y = \frac{2x}{\sqrt{t}} - 2\sqrt{t} + 4\sqrt{t} \rightarrow \boxed{y = \frac{2x}{\sqrt{t}} + 2\sqrt{t}}$

$\pi \int_{-t}^t (\frac{2x}{\sqrt{t}} + 2\sqrt{t})^2 dx - \pi \int_0^t (4\sqrt{x})^2 dx = \pi \int_{-t}^t (\frac{4x^2}{t} + 8x + 4t) dx - \pi \int_0^t 16x dx =$
 $= \pi (\frac{4x^3}{3t} + 4x^2 + 4tx) \Big|_{-t}^t - \pi \cdot 8x^2 \Big|_0^t = 10\frac{2}{3}t^2\pi - 8t^2\pi = 2\frac{2}{3}t^2\pi = 42\frac{2}{3}\pi \rightarrow t^2 = 16$
 $t = \pm 4$ $(4, 8)$ $t=4$ π $\frac{1}{\sqrt{t}}$ $(t, \frac{1}{\sqrt{t}})$ $y' = -\frac{1}{2\sqrt{x^3}} \rightarrow y'(t) = -\frac{1}{2\sqrt{t^3}}$

52 (1213) $y = -\frac{x}{2\sqrt{t^3}} + \frac{3}{2\sqrt{t}}$ $y - \frac{1}{\sqrt{t}} = -\frac{1}{2\sqrt{t^3}}(x-t)$
 $V = \pi \int_0^{3t} (\frac{-x}{2\sqrt{t^3}} + \frac{3}{2\sqrt{t}})^2 dx = \pi \int_0^{3t} (\frac{x^2}{4t^3} - \frac{3x}{2t^2} + \frac{9}{4t}) dx = \pi (\frac{x^3}{12t^3} - \frac{3x^2}{4t^2} + \frac{9}{4t}x) \Big|_0^{3t} =$
 $= (\frac{27t^3}{12t^3} - \frac{27t^3}{4t^2} + \frac{27t^3}{4t}) \pi = (2\frac{1}{4}\pi - 6\frac{3}{4}\pi + 6\frac{3}{4}\pi) = 2\frac{1}{4}\pi$