

1
(1460)

סוג פריטים	סל מחיר	הכנסה מכירה
30x	30	x
30y	30	y

מחיר ה-1 ממוצע X כרגע ו-2 קטנה
" " Y " " 5 "

מחיר ה-1
מחיר ה-2

$$\begin{cases} \frac{30}{100} \cdot 30x + \frac{26\frac{2}{3}}{100} \cdot 30y = 480 \\ \frac{\frac{2}{3} \cdot 30y}{x} + 3 = \frac{0.3 \cdot 30x}{y} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 9x + 8y = 480 \\ \frac{20y}{x} + 3 = \frac{9x}{y} \end{cases}$$

$$\rightarrow X = 14\frac{2}{3} \quad | X = 32 \rightarrow Y = 24 |$$

2
(1460)

נניח שהמספר הנניח אוכלוסין קטן n+1

$$a_{n+2} \cdot a_{n+3} \cdots a_{2n} \cdot a_{2n+1} \cdot a_{2n+2} \stackrel{?}{=} \frac{2n+3}{2n+4}$$

$$a_{n+1} \cdot a_{n+2} \cdots a_{2n} \cdot a_{2n+1} \cdot a_{2n+2} \stackrel{?}{=} a_{n+1} \cdot \frac{2n+3}{2n+4}$$

$$\frac{2n+1}{2n+2} \cdot \left(1 - \frac{1}{(2n+1)^2}\right) \left(1 - \frac{1}{(2n+2)^2}\right) \stackrel{?}{=} \left(1 - \frac{1}{(n+1)^2}\right) \cdot \frac{2n+3}{2n+4}$$

$$\frac{2n+1}{2n+2} \cdot \frac{(2n+1)^2 - 1}{(2n+1)^2} \cdot \frac{(2n+2)^2 - 1}{(2n+2)^2} \stackrel{?}{=} \frac{(n+1)^2 - 1}{(n+1)^2} \cdot \frac{2n+3}{2n+4}$$

$$\frac{2n+1}{2(n+1)} \cdot \frac{4n^2 + 4n}{(2n+1)^2} \cdot \frac{4n^2 + 8n + 3}{(2n+2)^2} \stackrel{?}{=} \frac{n^2 + 2n}{(n+1)^2} \cdot \frac{2n+3}{(2n+4)}$$

$$\frac{2n+1}{2(n+1)} \cdot \frac{4n(n+1)}{(2n+1)^2} \cdot \frac{(2n+3)(2n+1)}{4(n+1)^2} \stackrel{?}{=} \frac{n(n+2)}{(n+1)^2} \cdot \frac{2n+3}{2(n+2)}$$

$$\frac{n(2n+3)}{2(2n+1)(n+1)^2} = \frac{n(2n+3)}{2(n+1)^2}$$

המספר הנניח אוכלוסין קטן n+1

נניח שהמספר הנניח אוכלוסין קטן n+1

$$4^{n+1} + 5 - 6 = 4^{n+1} - 1 = 4^2 \cdot 4^n - 1 = 4^2(4^n - 1) + 15$$

מחלק ב-15 מחלק ב-15

3
(1460)

$$P(\text{האדם הראשון}) = x^2 = \frac{31}{256} \rightarrow |x = \frac{3}{4}|$$

$$P(\text{האדם הראשון}) = x$$

$$P(\text{האדם הראשון} | \text{האדם הראשון}) = 4\frac{1}{9} P(\text{האדם הראשון} | \text{האדם הראשון}) \rightarrow \frac{P(\text{האדם הראשון} | \text{האדם הראשון})}{P(\text{האדם הראשון})} = 4\frac{1}{9} \frac{P(\text{האדם הראשון} | \text{האדם הראשון})}{P(\text{האדם הראשון})}$$

$$P(\text{האדם הראשון} | \text{האדם הראשון}) = 4\frac{1}{9} \cdot \frac{3}{4} \frac{P(\text{האדם הראשון} | \text{האדם הראשון})}{1/4} = 12\frac{1}{3} P(\text{האדם הראשון} | \text{האדם הראשון})$$

$$\textcircled{6} \quad P(\text{קטן} | \text{סג}) = \frac{P(\text{קטן} \cap \text{סג})}{P(\text{סג})} =$$

$$= \frac{12\frac{1}{3}X}{13\frac{1}{3}X} = \frac{12\frac{1}{3}}{13\frac{1}{3}} = \frac{37}{40}$$

$$P(\text{סג} \cap \overline{\text{קטן}}) = P(\text{סג})$$

	קטן	קטן	
$13\frac{1}{3}X$	X	$12\frac{1}{3}X$	סג
			$\overline{\text{סג}}$
1	0.25	0.75	

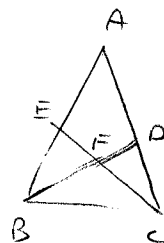
$$\textcircled{7} \quad \frac{64}{125} = P\left(\frac{3}{\text{סג}} \mid \frac{3}{\text{קטן}}\right) = \left[\frac{P(\overline{\text{סג}} \cap \overline{\text{קטן}})}{P(\overline{\text{קטן}})} \right]^3 \Rightarrow$$

$$\frac{4}{5} = \frac{P(\overline{\text{סג}} \cap \overline{\text{קטן}})}{P(\overline{\text{קטן}})} \rightarrow P(\overline{\text{סג}} \cap \overline{\text{קטן}}) = \frac{4}{5} \cdot 0.25 = \frac{1}{5}$$

$$0.25 = X + \frac{1}{5} \rightarrow X = 0.05 \quad : \text{אם נחזיק מספרים נראה (בהנחה של קטן)}$$

$$P(\text{קטן} \cap \text{סג}) = 12\frac{1}{3}X = 12\frac{1}{3} \cdot 0.05 = 12\frac{1}{3} \cdot \frac{5}{100} = \frac{61\frac{2}{3}}{100} = \frac{37}{60}$$

4 (1461) (*) $\alpha = \angle BCE = \angle ACE$ (מלבן EC מן A)
 $\angle B = \angle C = 2\alpha$ (ע"פ $\triangle ABC$)



$\angle AEC = \angle B + \angle ECB = 2\alpha + \alpha = 3\alpha$ (חוק הזוויות)
 $\angle A = 180 - \angle AEC - \angle ACE = 180 - 4\alpha$ ($\triangle AEC$)

$\angle BDC = \angle BCD = 2\alpha$ ($BC = BD$)

$\angle DBC = 180 - \angle BDC - \angle BCD = 180 - 4\alpha$ ($\triangle BDC$)

(**) $\angle DBC = \angle A$

(זווית, זווית) $\triangle AEC \sim \triangle BFC \Leftarrow (**)$! (*) - N

(P) וחס המקרים המשווים במידות שווה לזווית $\angle BFC$

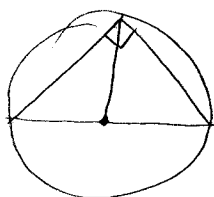
$\frac{1}{2} = \frac{FC}{EC} \Rightarrow FC = \frac{1}{2} EC$

(P) $\text{חס המקרים} = (\text{מלבן הזווית})^2$

$\frac{S_{BFC}}{S_{AEC}} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 \Rightarrow 4S_{BFC} = S_{AEC}$

$S_{BFC} = S_{BEF}$ וראו

5 (1461) (C)



(הרדוס) נותן מרחק הקוטר מהמרכז, וזוהי אמצעות היתר (הקוטר)

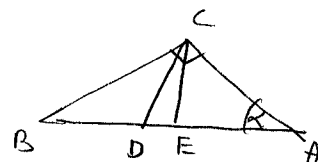
(P) (1) $\frac{BC}{AC} = \tan \alpha \rightarrow BC = x \tan \alpha \leftarrow AC = x$ (NO)

$S_{ABC} = \frac{BC \cdot AC}{2} = \frac{x^2 \tan \alpha}{2} = \frac{x^2 \sin \alpha}{2 \cos \alpha}$

$\frac{CE}{\sin \alpha} = \frac{CA}{\sin(180 - \alpha - 45)} \rightarrow CE = \frac{\sin \alpha \cdot x}{\sin(135 - \alpha)}$: משפט הסינוס

$CE = \frac{x \sin \alpha}{\sin(\alpha + 45)}$

$\frac{CA}{AB} = \cot \alpha \rightarrow AB = \frac{x}{\cot \alpha}$



$CO = \frac{1}{2} AB = \frac{x}{2 \cos \alpha}$: מרחק המרכז מהיתר

$\angle COE = 180 - 2\alpha \leftarrow \angle BCD = 90 - \alpha \leftarrow \angle B = 90 - \alpha$

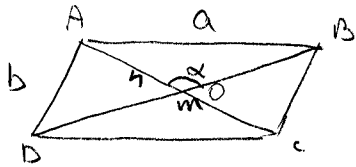
$\angle DCE = 180 - \angle DCE - \angle DEC = \angle DEC = 45 + \alpha$
 $= 180 - (180 - 2\alpha) - (45 + \alpha) = 2 - 45$

$S_{ACO} = \frac{CO \cdot CE \sin \angle DCE}{2} = \frac{x}{2 \cos \alpha} \cdot \frac{x \sin \alpha}{\sin(\alpha + 45)} \cdot \frac{\sin(2 - 45)}{2}$

$\frac{S_{OCDE}}{S_{ABC}} = \frac{\frac{x^2 \sin \alpha \sin(2 - 45)}{2 \cos \alpha \sin(\alpha + 45)}}{\frac{x^2 \sin \alpha}{2 \cos \alpha}} = \frac{\sin(2 - 45)}{2 \sin(\alpha + 45)}$

(2) $\frac{1}{5} = \frac{\sin(2-45)}{2\sin(2+45)} \rightarrow 2(\sin 2 \cos 45 + \cos 2 \sin 45) = 7(\sin 2 \cos 45 - \cos 2 \sin 45)$
 $5 \sin 2 \cos 45 = 9 \cos 2 \sin 45 \quad / : \frac{\sqrt{2}}{2}$
 $5 \sin 2 = 9 \cos 2$
 $\frac{9}{5} = \frac{\sin 2}{\cos 2} = \tan 2 \rightarrow 2 = 60.95^\circ$

6
(1461)



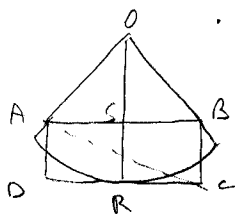
$\triangle AOB$ משפט הקוסינוס
 $AB^2 = AO^2 + OB^2 - 2AO \cdot OB \cdot \cos \alpha$
 $a^2 = \left(\frac{n}{2}\right)^2 + \left(\frac{m}{2}\right)^2 - 2\left(\frac{m}{2}\right)\left(\frac{n}{2}\right) \cos \alpha$

$\triangle AOD$ משפט הקוסינוס
 $AD^2 = AO^2 + DO^2 - 2AO \cdot DO \cdot \cos(180 - \alpha)$
 $b^2 = \left(\frac{n}{2}\right)^2 + \left(\frac{m}{2}\right)^2 - 2\left(\frac{n}{2}\right)\left(\frac{m}{2}\right) \cos(180 - \alpha) = \left(\frac{n}{2}\right)^2 + \left(\frac{m}{2}\right)^2 + 2\left(\frac{n}{2}\right)\left(\frac{m}{2}\right) \cos \alpha$
 נחסר את המשוואות אחת מהשנייה ונקבל:

$a^2 - b^2 = -2\left(\frac{m}{2}\right)\left(\frac{n}{2}\right) \cos \alpha - 2\left(\frac{m}{2}\right)\left(\frac{n}{2}\right) \cos \alpha = -mn \cos \alpha$
 $-mn \cos \alpha = \frac{mn}{2} \quad / : mn \quad \leftarrow \quad a^2 - b^2 = \frac{mn}{2}$
 $-\cos \alpha = \frac{1}{2} \rightarrow \cos \alpha = -\frac{1}{2} \rightarrow \boxed{\alpha = 120}$

אכן הזווית הנמצאת בין האלכסונים היא המשלמה ל- 60° (הזווית הנגדית)

7
(1461)



הצורה הנמונה היא משולש ישר הזווית AOB
 מזה נובע שהזווית ROB ישרה 45- 90° ויש לה OSB
 $SR = 10 - x, SB = x \quad \leftarrow \quad OS = x$ (מש)
 $AB = 2SB = 2x$
 $BC = SR = 10 - x$

$f = AC^2 = AB^2 + BC^2 = (10 - x)^2 + (2x)^2 = 100 - 20x + 5x^2$
 AC מתנהג כמו AC^2 (מקובל הידוע), הוכחנו!

$f' = -20 + 10x \rightarrow f' = 0 \rightarrow \boxed{x = 2}$ $f'' = 10 > 0$
 אכן $x = 2$ הוא נקודת מינימום

$f(2) = 100 - 20 \cdot 2 + 5 \cdot 2^2 = 80 \rightarrow \boxed{AC = \sqrt{80}}$

8
(1462) (2)

(1) $x=0$,

(2) אין חומר, צר ציר ה- y (לא בתחום ההתאמה)

$$0 = 2x^2 - \frac{a^3}{2x} = \frac{4x^3 - a^3}{2x} \rightarrow 4x^3 = a^3 \rightarrow x = \frac{a}{\sqrt[3]{4}}$$

$$\left(\frac{a}{\sqrt[3]{4}}, 0\right)$$

נקודת חומר, צר ה- x

$$(3) y' = 4x + \frac{2a^3}{4x^2} = 4x + \frac{a^3}{2x^2} = \frac{8x^3 + a^3}{2x^2}$$

$$y' = 0 \rightarrow 8x^3 = -a^3 \rightarrow x = -\frac{a}{2}$$

בדקו שמקבלת נק' מינימל $(-\frac{a}{2}, \frac{1}{2}a^2)$

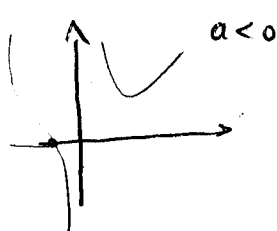
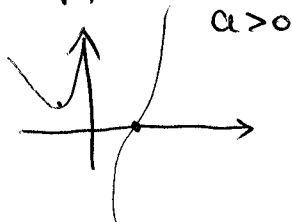
$$(4) y'' = 4 - \frac{4xa^3}{4x^4} = 4 - \frac{a^3}{x^3} = \frac{4x^3 - a^3}{x^3}$$

$$y'' \geq 0 \rightarrow \begin{cases} 4x^3 - a^3 > 0 \rightarrow 4x^3 > a^3 \rightarrow x > \frac{a}{\sqrt[3]{4}} \\ x^3 > 0 \rightarrow x > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4x^3 - a^3 < 0 \rightarrow x < \frac{a}{\sqrt[3]{4}} \\ x^3 < 0 \rightarrow x < 0 \end{cases} \rightarrow x < 0$$

הצגות כלפי וצד $x > \frac{a}{\sqrt[3]{4}}$ או $x < 0$, וקבלת כלפי וצד $0 < x < \frac{a}{\sqrt[3]{4}}$

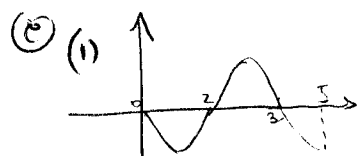
(7)



הפני הלבנה למחנות מראה
חומר ט/א מתקשר
וכן תחום הצדקה/חברה

9
(1462) (11) אציג י וס צד קיצון אחת וצד פוטנ אחת, וכן הצגות של י וס צד אחת
שמתאפשר וחסר סימן, וצד אחת של חסר סימן - מתאים הצד י

(12) הביטוי של צד צד שווה $0 = f'(3)$ (צד צד י צד צד)



צד צד שווה 0.
אחר הצד
שם הצגות מתאפשר (צד שם הצד של י)

מסמ הצד צד וכן הצגות חלופות צד אמצע קיצון ב $x=0$ (שם הצגות מתאפשר)
הצד וצד מסמ וכן הצגות של י.

$$(2) f''(x) < 0 \rightarrow x=2, x=3$$

אמצע שם $x=3$ שם הצגות בראשונה מתאפשר היא לא אמצעית סימן וכן היא לא צד קיצון.

$$(3) \int_0^1 f'(x) dx = f(1) - f(0) = 3 - 2 = 1$$