1.

דרך	זמן	מהירות
$2x$	2	x
$2x$	2	y

נסמן את מהירות הרוכב ל- B ב- x $\quad A \to B$

״ ״ ״ ל- D ב- y $\quad A \to D$

$$\begin{cases} (2x)^2+(2y)^2=10^2 \\ \dfrac{10}{y}=2\frac{1}{2} \end{cases} \longrightarrow \boxed{\begin{matrix} y=4 \\ x=3 \end{matrix}}$$

2. א

$$A(0,-1.25),\ B(-13,-11) \rightarrow m=\frac{-1.25-(-11)}{0-(-13)}=\frac{9.75}{13}=0.75$$

$$y-(-11)=0.75(x-(-13))$$

$$y+11=0.75x+9.75$$

$$\boxed{y=0.75x-1.25}$$

ב

$$d_{MD}=d_{MC} \qquad M(x,0.75x-1.25)$$

$$1.25-0.75x=-x \longrightarrow 1.25=-0.25x$$

$$\boxed{x=-5}$$

$$M(-5,-5)$$

ג

$$S_{EMC}=\frac{ME\cdot MC\cdot \sin\sphericalangle EMC}{2}$$

(נתון) $ME=FM$

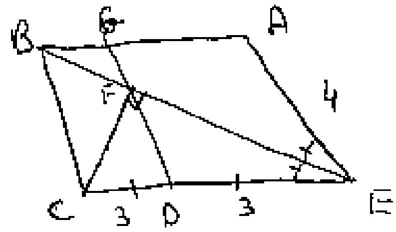
$$S_{FMC}=\frac{FM\cdot MC\cdot \sin\sphericalangle(180-\sphericalangle EMC)}{2}=\frac{ME\cdot MC\cdot \sin\sphericalangle EMC}{2}=S_{EMC}=S$$

3. א
$p(\text{תקין})=p(\text{מחסום תקין})\cdot p(\text{אזעקה פועלת})+p(\text{מחסום לא תקין})\cdot p(\text{אזעקה פועלת})=0.94\cdot 0.95+0.06\cdot 0.02=0.8942$

ב $p(\text{מחסום פתוח 4 ימים})=p(\text{אזעקה פועלת 4 פעמים})=\binom{4}{4}0.8942^4=0.6393$

ג $p(\text{[illegible]})=1-p(\text{תקין 4 פעמים})-p(\text{תקין 3 פעמים})=1-0.6393-\binom{4}{3}0.8942^3\cdot 0.1058=0.0581$

4.



(א) נתון $\measuredangle BED = \measuredangle BEA = \alpha$

FD תיכון ליתר במשולש ישר זווית

לכן $\triangle FDE$ שו"ש

$\measuredangle EFD = \alpha$

(מתחלפות) $\measuredangle EBA = \measuredangle BED = \alpha$

$\Downarrow$

(ז.ז) $\triangle ABE \sim \triangle DFE$

(ב) (זווית חיצונית למשולש FDE) $\measuredangle GDC = 2\alpha$

$\Downarrow$

$\measuredangle GDC = \measuredangle AED = 2\alpha$

$\Downarrow$

(זוויות מתאימות) $GD \parallel AE$ ⇐ GAED מקבילית

(נתון) $AG \parallel DE$ (2 זוגות צלעות נגדיות מקבילות)

(ג) (ז.ז) $\triangle BGF \sim \triangle EDF$

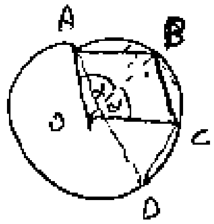
$\Downarrow$

$\frac{1}{3} = \frac{4-3}{3} = \frac{AE-FD}{FD} = \frac{GF}{FD}$ = יחס הדמיון

$\frac{S_{BGF}}{S_{FDE}} = \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}$

$S_{BGF} = \frac{1}{9} S_{FDE} = \frac{1}{9} S$

5.



(א) (1) $\measuredangle ABO = \frac{180-\alpha}{2}$ ⇐ שו"ש $\triangle ABO$

$\measuredangle OBC = \frac{180-\alpha}{2}$ ⇐ שו"ש $\triangle BOC$

(2) $\measuredangle B = \measuredangle ABO + \measuredangle OBC = 180-\alpha$

(נתון) $\measuredangle B = \measuredangle AOC$

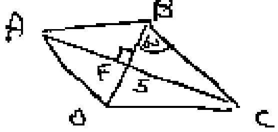
$2\alpha = 180-\alpha \rightarrow \boxed{\alpha = 60}$

$AB = AO = OB = OC = BC$ $\triangle BOA$ ו- $\triangle OBC$ שווי צלעות

מעוין ABCO ⇐ שוות צלעות 4 עם ABCO מרובע

ב. (זווית היקפית ומרכזית הנשענות על אותה קשת) $\measuredangle ADC = \frac{1}{2}\measuredangle AOC = \frac{1}{2}\cdot 2\alpha = \alpha = 60°$

ג.

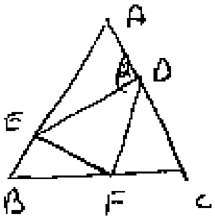


$\tan 60° = \frac{FC}{OF} = \frac{5}{OF} \rightarrow OF = \frac{5}{\sqrt{3}}$

$AC = 10, \quad OF = \frac{5}{\sqrt{3}}$

$S_{AOC} = \frac{AC \cdot FO}{2} = \frac{10 \cdot 5}{\sqrt{3} \cdot 2} = 14.43$

6.



(א)

$\sphericalangle A = 60^\circ$

$\sphericalangle ADE = \alpha$

$\sphericalangle AED = 180 - 60 - \alpha = 120 - \alpha$

$\Big\}\ \Delta AED$

$\Delta BEF \Big\{$

$\sphericalangle BEF = 180 - 60 - \sphericalangle AED = 180 - 60 - 120 + \alpha = \alpha$

$\sphericalangle B = 60$

$\sphericalangle EFB = 180 - \alpha - 60 = 120 - \alpha$

(ב) משפט הסינוסים ב $\underline{\Delta BEF}$

$$\frac{BF}{\sin\alpha} = \frac{EF}{\sin 60} \longrightarrow BF = \frac{\sin\alpha \cdot EF}{\sin 60} = \frac{2a\sin\alpha}{\sqrt{3}} = \frac{a\sin\alpha}{\sin 60}$$

$\underline{\Delta FDC}$:

$$\frac{FC}{\sin\sphericalangle D} = \frac{FD}{\sin\sphericalangle C} \longrightarrow FC = \frac{\sin\sphericalangle D \cdot FD}{\sin\sphericalangle C} = \frac{\sin(120-\alpha)\cdot a}{\sin 60}$$

$$BC = FC + BF = \frac{a\sin\alpha}{\sin 60} + \frac{a\sin(120-\alpha)}{\sin 60} = \frac{a}{\sin 60}\left(\sin\alpha + \sin(120-\alpha)\right)$$

(ג)

$$2R = \frac{a}{\sin 60}$$

משפט הסינוסים ב ΔDEF:

$$8 = \frac{a}{\sin 60} \longrightarrow \boxed{a = 4\sqrt{3}}$$

$$60^\circ = \alpha = \sphericalangle C \quad \Leftarrow \quad DE \parallel BC$$

$$BC = \frac{a}{\sin 60}\left(\sin\alpha + \sin(120-\alpha)\right) = \frac{4\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}\left(\sin 60 + \sin 60\right) = 8\sqrt{3} = 13.86$$

7.

(א) $x \neq -3$

(ב) $x = -3$ אסימפטוטה אנכית, אין אסימפטוטה אופקית

(ג) $f(0) = \frac{-5}{3}$

חיתוך עם ציר ה-y: $(0, -\frac{5}{3})$

$$0 = \frac{x^2-5}{x+3} \longrightarrow x = \pm\sqrt{5}$$

חיתוך עם ציר ה-x: $(\sqrt{5}, 0)$ $(-\sqrt{5}, 0)$

(ד)

$$f'(x) = \frac{2x(x+3) - (x^2-5)}{(x+3)^2} = \frac{x^2+6x+5}{(x+3)^2} = \frac{(x+5)(x+1)}{(x+3)^2} = 0$$

פתרון

$x = -1 \quad x = -5$

$$f''(x) = 2x + 6$$

רק למונה, המכנה תמיד חיובי

$f''(-1) > 0 \qquad f''(-5) < 0 \qquad \min(-1, -2) \ , \ \max(-5, -10)$

(ה) (1) $x = -3$: אסימפטוטה אנכית

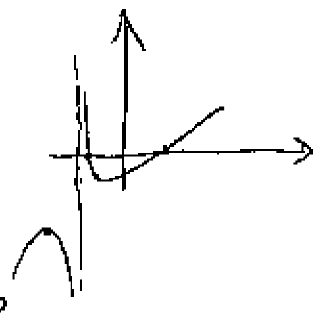
$y = 1$: אסימפטוטה אופקית

(2) גרף $\overline{\text{II}}$ לא מתאים כי אופקית

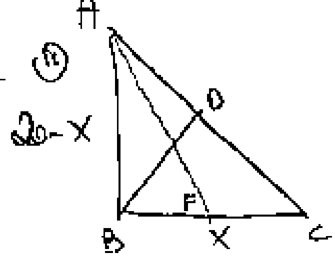
גרף $\overline{\text{III}}$ " " " אנכית

באיזור $x = -3$ הפונ' $f(x)$ יורדת ועולה

בצמוד לכן $\overline{\text{IV}}$ מתאים



8. (א)



$$AC=\sqrt{(20-x)^2+x^2}=\sqrt{400-40x+2x^2}$$

התיכון ליתר במשולש ישר זווית שווה למחצית היתר

$$BD=\frac{AC}{2}=\frac{\sqrt{400-40x+2x^2}}{2}$$

$$f(x)=\frac{1}{2}\sqrt{400-40x+2x^2}$$

$$f'(x)=\frac{1}{2}\cdot\frac{-40+4x}{2\sqrt{400-40x+2x^2}}$$

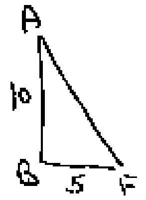
$$\underbrace{f'(x)=0}_{\text{קיצון}}=-40+4x \longrightarrow \boxed{x=10}$$

$$f''(x)=4>0$$

רק מונה
(המכנה תמיד חיובי)

לכן $x=10$ זה מינימום.
אורכי הניצבים 10 ס"מ, 10 ס"מ.

(ב)



$$AF=\sqrt{10^2+5^2}=11.18$$

המשולש שווה לכן התיכונים לניצבים שווים זה לזה
ושווים 11.18 ס"מ.

9. (א) $g(x)=II$, $f(x)=I$

$\sin 2x$ בתחום $0\le x\le \pi$ עובר על כל הערכים של $\sin$ ולכן לקבל זה מתאים רק ל-II.

(ב) $\sin 2x=1-\cos 2x \longrightarrow \sin 2x+\cos 2x=1$

מהגרף ניתן לראות שב- $x=0$ $x=\pi$ וב- $x=\frac{\pi}{4}$ הפונ' נפגשות

נקודות חיתוך הפונ' ולכן נקבל $(0,0)$ $(\pi,0)$ $(\frac{\pi}{4},1)$

$1=\sin 2x+\cos 2x=\sin 2x+\sin(90-2x)=2\sin 45\cos(2x-45)=\sqrt{2}\cos(2x-45)$: נפתור עם בעזרת הפונ'

$$\cos(2x-45)=\frac{1}{\sqrt{2}}=\cos 45 \longrightarrow 2x-45=\pm 45+360k \longrightarrow \begin{matrix} x=45+180k \longrightarrow \pi/4 \\ x=180k \longrightarrow 0,\pi \end{matrix}$$

(ג) $$\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi}(1-\cos 2x-\sin 2x)\,dx=x-\frac{\sin 2x}{2}+\frac{\cos 2x}{2}\Big|_{\frac{\pi}{2}}^{\pi}=\left(\pi-0+\frac{1}{2}\right)-\left(\frac{\pi}{2}-0-\frac{1}{2}\right)=$$

$$\frac{\pi}{2}+1=2.57$$